3 次元電磁カスケード B 近似理論

大気密度を考慮したラテラル分布関数の計算

Ⅰ．標準大気と気圧，密度，輻射長

新 居 誠 彦※

A Calculation of Lateral Distribution Function under Approximation B
in Three Dimensional Electron - Photon Cascade Theory,
by Taking the Atmospheric Density into Consideration.
Ⅰ．Pressure，Density and Radiation Length Based on the Standard Atmosphere.

NII Nobuhiko

Abstract

By taking the atmospheric density into consideration, we calculate a lateral distribution function for electron under Approximation B in the three-dimensional cascade theory.

Keywords : lateral distribution function, three-dimensional cascade theory, three-dimensional diffusion equation for inhomogeneous material, standard atmosphere, atmospheric density.

1．はじめに

電磁カスケード理論に基づいてこれまでわれわれが計算してきたラテラル分布関数は均質媒質のものである。他方，空気シャワーと呼ばれる現象が在る。空気シャワーを構成する個々の電磁シャワーは非均質な大気の中を通過する。われわれは未だそれを扱ったことがない。そこで大気密度の高度変化を考慮した，単一電磁カスケードシャワーのラテラル分布関数の計算を試みる。第Ⅰ稿で大気に関わるいくつかの量とそれらの関係を述べる。第Ⅱ稿で非均質媒質の拡散方程式を考察する。第Ⅲ稿で方程式の解を求める。第Ⅳ稿でラテラル分布関数の計算を行う。

2．標準大気

2.1．大気のつり合い

大気モデルとして標準大気[1)]を採用する。地上を原点にとり上方への距離を z [m]とし高度 z における大気圧を $P(z)$ [Pa]，大気密度を $\rho(z)$ [kg/m^3]とする。面積 S [m^2]の水平面をもつ厚さ dz [m]の体積を描く。これに含まれる大気の量を 1mol，大気の分子量を $\mu = 28.966\times10^{-3}$ kg/mol，重力加速度を標準重力 $g = 9.80665$m/s^2 とする。

この大気に働く力のつり合いは，

$$P(z)S - P(z+dz)S - \mu g = 0,$$

$$\mu = \rho(z)Sdz.$$

よって，

$$\frac{P(z)-P(z+dz)}{dz}-\rho(z)g=0.$$

$$\therefore P'(z)=-\rho(z)g. \quad (1)$$

2.2. 気圧と密度

　標準大気は地上の気圧，気温を次のように定める：

地上の気圧 $P_0=760\mathrm{mmHg}=1013\mathrm{hPa}$,

気温 $T(z)=T_0+az,\ T_0=15.0℃=288\mathrm{K}$,

気温変化率 $a=-6.5℃/\mathrm{km}$（$z<11\mathrm{km}$）.

1mol の気体定数 $R=8.3145\mathrm{J/(mol\cdot K)}$.

状態方程式 $P(z)Sdz=RT(z)$ と

密度 $\rho(z)=\mu/Sdz$ とから

$$P(z)=\frac{\rho(z)}{\mu}RT(z). \quad (2)$$

(1),(2)より，

$$\frac{P'(z)}{P(z)}=-\frac{\mu g}{RT(z)}.$$

よって，

$$P(z)=P_0\left(1+\frac{az}{T_0}\right)^{-\frac{\mu g}{aR}}, \quad (3)$$

$$\rho(z)=\frac{\mu P_0}{RT_0}\left(1+\frac{az}{T_0}\right)^{-\frac{\mu g}{aR}-1}, \quad (4)$$

$$\rho(0)=\frac{\mu P_0}{RT_0}=1.225\,\mathrm{kg/m^3}. \quad (5)$$

3. シャワーが通過する大気の厚さ

高度 z_0 で発生したシャワーが z まで降下する間に通過する大気の厚さ t [kg/m²]は，

$$t(z_0,z)=\int_{z_0}^{z}\rho(z)(-dz)$$

$$=\frac{1}{g}\left(P(z)-P(z_0)\right). \quad (6)$$

z_0 を固定すると厚さ $t(z_0,z)$ は z の関数。厚さを単に t と記し，t を用いて表した密度を $\rho(z(t))$ と表す。t は z と逆向きゆえ $\rho(z(t))$ は t の増加関数となる。

$z<1\mathrm{km}$ として $P(z),\rho(z),t(z_0,z)$, $\rho(z(t))$ を図示する。

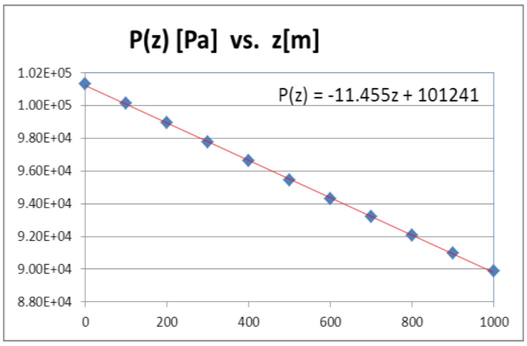

図 1. $P(z)$ vs. z ：縦 [Pa]，横 [m]

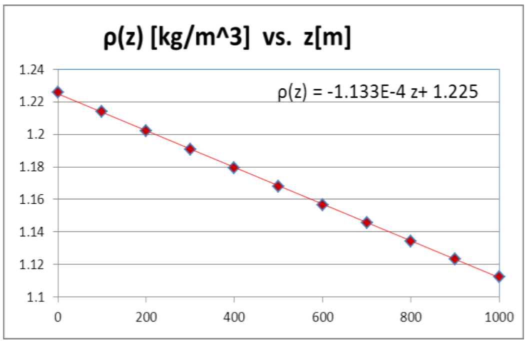

図 2. $\rho(z)$ vs. z：縦[kg/m³],横[m]

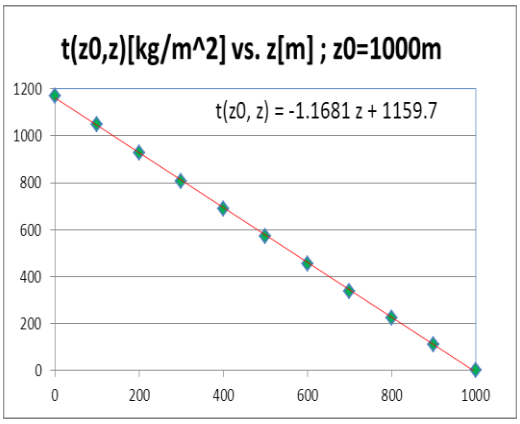

図 3. $t(z_0,z)$ vs. z：縦[kg/m²],横 [m]

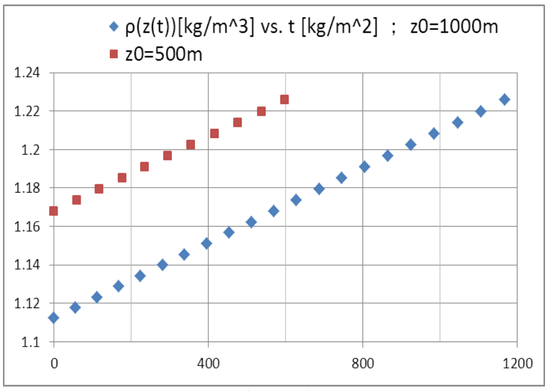

図 4　$\rho\left(z(t)\right)$ vs. t
縦[kg/m³],横[kg/m²]

図 4 のグラフは直線または指数関数で表すことができる。

$z_0 = 1000\mathrm{m}$ ；

$$\rho\left(z(t)\right) = 1.112 + 9.714\times10^{-5} t$$

$$= 1.112\exp\left(8.74\mathrm{E}-5\times t\right), \qquad (7)$$

$z_0 = 500\mathrm{m}$ ；

$$\rho\left(z(t)\right) = 1.168 + 9.650\times10^{-5} t$$

$$= 1.168\exp\left(8.26\mathrm{E}-5\times t\right). \qquad (7)'$$

4. 輻射長 g/cm² と距離 m

異なる z_0 に対する $t\left(z_0, z\right)$ を図 5 に示す。

$t\left(300, 0\right) = 361.7$，300m ⇔ 361.7kg/m².

すなわち 1g/cm² が 8.29m に相当する。
一方，J.Nishimura[2] は媒質 air について，
輻射長 $X_0 = 37.1\mathrm{g/cm^2}$ ⇔ 308m
を示す。すなわち 1g/cm² が 8.30m に相当する。両者は一致する。つまり，
空気は

1g/cm² ⇔ 8.3m ($z < 300\mathrm{m}$)　　　(8)

である。

参考文献

1)　理科年表（国立天文台編）丸善，
例えば 1995 年版，p384.
2) J.Nishimura，Handbuch der Physik,Bd.**XLVI/2**(1967),p.10,Table4.

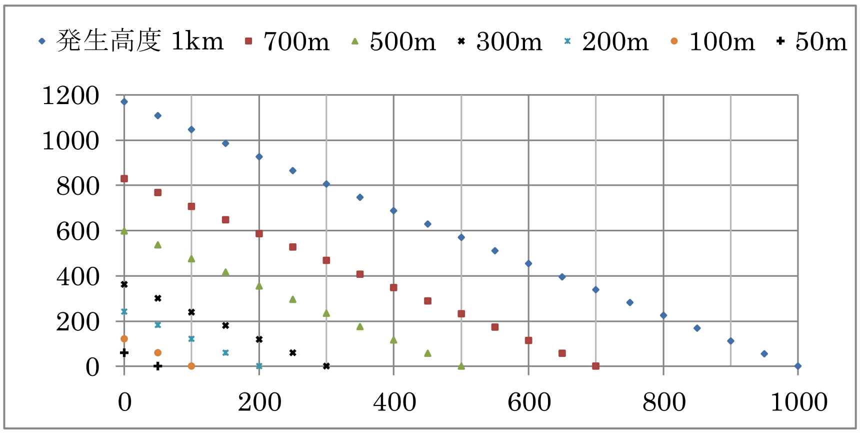

図 5. いくつかの z_0 に対する $t\left(z_0, z\right)$ vs. z
縦[kg/m²]，横[m]

※　足利大学名誉教授
原稿受付日　令和 6 年 1 月 1 日